学校________ 姓名________ 准考证号________

装订线内不要答题

中国教育学会中学数学教学专业委员会

2012 年全国初中数学竞赛试题

题　号	一	二	三				总　分
	1～5	6～10	11	12	13	14	
得　分							
评卷人							
复查人							

答题时注意：

1．用圆珠笔或钢笔作答；

2．解答书写时不要超过装订线；

3．草稿纸不上交.

一、选择题（共 5 小题，每小题 7 分，共 35 分. 每道小题均给出了代号为 A，B，C，D 的四个选项，其中有且只有一个选项是正确的. 请将正确选项的代号填入题后的括号里，不填、多填或错填都得 0 分）

1．如果 $a=-2+\sqrt{2}$，那么 $1+\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{3+a}}$ 的值为（　　）.

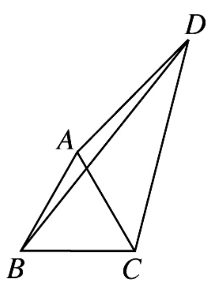
（A）$-\sqrt{2}$　　（B）$\sqrt{2}$　　（C）2　　（D）$2\sqrt{2}$

2．在平面直角坐标系 xOy 中，满足不等式 $x^2+y^2\leqslant 2x+2y$ 的整数点坐标（x，y）的个数为（　　）.

（A）10　　（B）9　　（C）7　　（D）5

3．如图，四边形 $ABCD$ 中，AC，BD 是对角线，△ABC 是等边三角形. $\angle ADC=30°$，$AD=3$，$BD=5$，则 CD 的长为（　　）.

（A）$3\sqrt{2}$　　（B）4　　（C）$2\sqrt{5}$　　（D）4.5



4．如果关于 x 的方程 $x^2-px-q=0$（p，q 是正整数）的正根小于 3，那么这样的方程的个数是（　　）.

（A） 5　　（B） 6　　（C） 7　　（D） 8

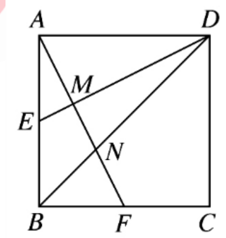
5．黑板上写有 $1，\frac{1}{2}，\frac{1}{3}，\cdots，\frac{1}{100}$ 共 100 个数字．每次操作先从黑板上的数中选取 2 个数 a，b，然后删去 a，b，并在黑板上写上数 $a+b+ab$，则经过 99 次操作后，黑板上剩下的数是（　　）.

（A）2012　　（B）101　　（C）100　　（D）99

二、填空题（共 5 小题，每小题 7 分，共 35 分）

6．如果 a，b，c 是正数，且满足 $a+b+c=9$，$\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{c+a}=\frac{10}{9}$，那么 $\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}$ 的值为________.

7．如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 $2\sqrt{15}$，E，F 分别是 AB，BC 的中点，AF 与 DE，DB 分别交于点 M，N，则△DMN 的面积是__________.



8．设 n 为整数，且 $1\leqslant n\leqslant 2012$. 若 $(n^2-n+3)(n^2+n+3)$ 能被 5 整除，则所有 n 的个数为___________.

9．如果正数 x，y，z 可以是一个三角形的三边长，那么称 $(x，y，z)$ 是三角形数．若 $(a，b，c)$ 和 $(\frac{1}{a},\frac{1}{b},\frac{1}{c})$ 均为三角形数，且 $a\leqslant b\leqslant c$，则 $\frac{a}{c}$ 的取值范围是________.

10．已知 n 是偶数，且 $1\leqslant n\leqslant 100$．若有唯一的正整数对 $(a，b)$ 使得 $a^2=b^2+n$ 成立，则这样的 n 的个数为__________.

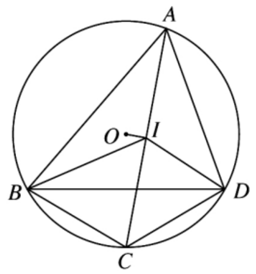
三、解答题（共 4 题，每题 20 分，共 80 分）

11. 已知二次函数 $y=x^2+(m+3)x+m+2$，当 $-1<x<3$ 时，恒有 $y<0$；关于 x 的方程 $x^2+(m+3)x+m+2=0$ 的两个实数根的倒数和小于 $-\frac{9}{10}$．求 m 的取值范围．

12. 如图，⊙O 的内接四边形 $ABCD$ 中，AC，BD 是它的对角线，AC 的中点 I 是△ABD 的内心．求证：

（1）OI 是△IBD 的外接圆的切线；

（2）$AB+AD=2BD$.



13. 给定一个正整数 n，凸 n 边形中最多有多少个内角等于 $150°$？并说明理由．

14. 将 2，3，⋯，n（$n\geq2$）任意分成两组，如果总可以在其中一组中找到数 a，b，c（可以相同）使得 $a^b=c$，求 n 的最小值．