



# 第七章 平行线的证明

## 1 为什么要证明 (42 课时)

### 知识基础练 / 掌握知识 夯实基础



— 扫码练知识 —

#### ● 知识点一 推理证明的必要性 (★)

- 下列结论你能肯定的是 ( )
  - 今天下雨, 明天必然还下雨
  - 三个连续正整数的积一定能被 6 整除
  - 小明在数学竞赛中一定能获奖
  - 两张相片看起来很像, 则肯定照的是同一个人
- 下列判断不正确的是 ( )
  - 一次函数不一定是正比例函数
  - 不是一次函数就一定不是正比例函数
  - 正比例函数是特殊的一次函数
  - 不是正比例函数就一定不是一次函数
- 下列问题用到推理的是 ( )
  - 根据  $a = 10, b = 10$ , 得  $a = b$
  - 通过观察, 三角形有三个角
  - 老师告诉了我们关于金字塔的许多奥秘
  - 由经验可知过两点有且只有一条直线

#### ● 知识点二 判断数学结论是否正确的常用方法 (★)

- 小亮比小丽高, 小明也比小丽高, 因此小亮一定比小明高. 你认为这个推理过程是否正确呢? 这个推理过程 \_\_\_\_\_. (填“正确”或“不正确”)
- 试说明无论  $x$  取何值总有  $x^2 + 6x + 12 \geq 3$ .

### 能力提升练 / 综合运用 提升能力

- (新情景题) 如图 7-1-1 所示, 甲、乙、丙、丁四人分别面对面坐在一张四边形桌子旁边, 桌面一张纸上写着数字“9”, 甲说他看到的是“6”, 乙说他看到的是“0”, 丙说他看到的是“0”, 丁说他看到的是“9”, 则下列说法中正确的是 ( )

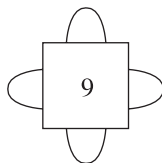


图 7-1-1

- 甲在丁的对面, 乙在甲的左边, 丙在丁的右边
- 丙在乙的对面, 丙的左边是甲, 右边是丁
- 甲在乙的对面, 甲的右边是丙, 左边是丁
- 甲在丁的对面, 乙在甲的右边, 丙在丁的右边

- (规律探索题) 木材加工厂堆放木料的方式如图 7-1-2 所示, 依此规律可以得出第六堆木料的根数是 \_\_\_\_\_.

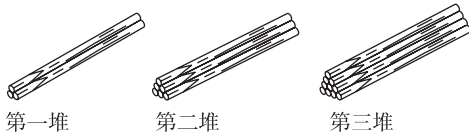


图 7-1-2

- 若:  $A_3^2 = 3 \times 2 = 6$ ,  $A_5^3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$ ,  $A_5^4 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$ ,  $A_6^4 = 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$ , ..., 观察前面计算过程, 寻找计算规律计算  $A_7^3 =$  \_\_\_\_\_ (直接写出计算结果), 并比较  $A_{10}^3$  \_\_\_\_\_  $A_{10}^4$  (填“>”“<”或“=”).
- 若  $a-1 = b+2 = c-3 = d+4$ , 则  $a, b, c, d$  这四个数中最大的是 \_\_\_\_\_.
- 如果用一根很长的绳子沿着地球赤道绕 1 圈, 然后把绳子放长 30 m, 想像一下, 大象能否从绳圈与地球赤道之间的缝隙穿过?



6. (推理题) 有红、黄、蓝三个箱子, 将一个苹果放入其中某个箱子内, 并且:

- ①红箱子盖上写着: “苹果在这个箱子里”;
- ②黄箱子盖上写着: “苹果不在这个箱子里”;
- ③蓝箱子盖上写着: “苹果不在红箱子里”.

已知①, ②, ③中只有一句是真的, 那么苹果会在哪个箱子里?

7. (猜想题) 如图 7-1-3 所示, 两个大小相同的大圆, 其中一个大圆内有 10 个小圆, 另一个大圆内有 2 个小圆, 你认为大圆内的 10 个小圆的周长之和与另一个大圆的 2 个小圆的周长之和哪一个大些? 请你猜一猜, 并用学过的知识和数学方法验证你的猜想.

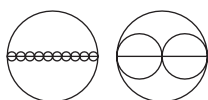


图 7-1-3

8. (易错题) 先观察图形, 再回答问题:

如图 7-1-4 所示, 圆 A 大还是圆 B 大?

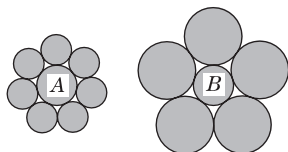


图 7-1-4

9. 在学习有理数的四则运算时, 有人进行了下面的推理:

因为  $a = b \neq 0$ , 所以  $a^2 = ab$ .

所以  $a^2 - b^2 = ab - b^2$ , 即

$(a+b)(a-b) = b(a-b)$ , 进而  $a+b = b$ ,

所以  $a = 0$ . 因此, 由  $a = b \neq 0$ , 可推出  $a = 0$ , 你认为这个“推理”符合“一步步有根有据地进行推理”的要求吗? 为什么?

10. (核心素养题) 甲同学计算得到下列等式:  $2^2 = 4, 3^2 = 9, 4^2 = 16, 5^2 = 25, \dots$ . 乙同学观察后得到猜想: 任何一个数的平方都比它的本身要大.

(1) 你认为这个猜想是否正确? 请说明理由.

(2) 从此题中你领会到什么?

### 中考达标练 / 体验中考 模拟实战

1. (2017 · 山东烟台中考) 如图 7-1-5 所示, 用棋子摆出下列一组图形:

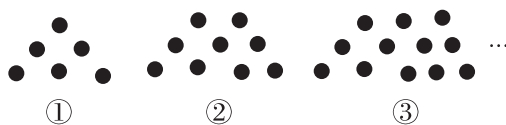






图 7-1-5

按照这种规律摆下去, 第  $n$  个图形用的棋子个数为 ( )

- A.  $3n$       B.  $6n$       C.  $3n+6$       D.  $3n+3$

2. (2016 · 贵州遵义中考) 字母  $a, b, c, d$  各代表正方形、线段、正三角形、圆四个图形中的一种, 将它们两两组合, 并用字母连接表示, 如下表是三种组合与连接的对应表, 由此可推断图形  的连接方式为 \_\_\_\_\_.

组合			
连接	$a \oplus b$	$b \oplus d$	$d \oplus c$

3. (2017 · 山东日照中考) 观察如图 7-1-6 所示的“品”字形中各数之间的规律, 根据观察到的规律得出  $a$  的值为 \_\_\_\_\_.

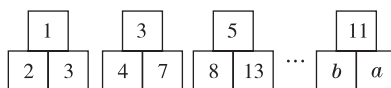


图 7-1-6



# 答案全析全解

## 1 为什么要证明(42课时)

### 知识 基础练

1. B 解析: 三个连续的正整数中, 至少有一个是偶数, 能被 2 整除, 而三个连续的整数中一定有一个是 3 的倍数的数, 也能被 3 整除, 所以三个连续正整数的积一定能被 6 整除.

2. D 3. A 4. 不正确

5. (6分)解: 因为  $x^2+6x+12 = (x^2+6x+9)+3 = (x+3)^2+3$ ,  
..... (2分)

无论  $x$  取何值总有  $(x+3)^2 \geq 0$ , ..... (4分)

所以  $(x+3)^2+3 \geq 3$  恒成立,

即  $x^2+6x+12 \geq 3$  恒成立. .... (6分)

### 能力 提升练

1. B 2. 28

3. 210 < 解析: 对于  $A_n^b$  ( $b < a$ ) 来讲, 等于一个乘法算式, 其中最大因数是  $a$ , 依次少 1, 最小因数是  $a-b+1$ . 依此计算即可: ①  $A_7^3 = 7 \times 6 \times 5 = 210$ ; ②  $\because A_{10}^3 = 10 \times 9 \times 8 = 720$ ,

$A_{10}^4 = 10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5040$ ,  $\therefore A_{10}^3 < A_{10}^4$ .

4. c 解析: 由题意知  $a = b+3$ ,  $b = d+2$ ,  $c = a+2$ . 所以  $a > b$ ,  $b > d$ ,  $c > a$ , 所以  $c$  最大.

5. (6分)解: 设赤道周长为  $C$  m, 由圆周长  $C = 2\pi R$  公式得  
 $\frac{C+30}{2\pi} - \frac{C}{2\pi} = \frac{30}{2\pi} \approx 4.78$  (m).

所以说这么大的间隙能放进一头大象. .... (6分)

6. (6分)解: 若①是真的, 则②是真的, 此种情况不合题意;  
..... (2分)

若①是假的, 则③是真的, ②是假的, 符合题意. .... (5分)

故苹果会在黄箱子里. .... (6分)

7. (6分)解: 通过直接观察, 很明显感觉第二个大圆内的两个圆大点, 因此直觉上判断第二个大圆内的两个小圆的周长之和, 但是实际情况不是这样的, 它们的周长相等.

设大圆的半径为  $R$ , 则第一个大圆内的 10 个小圆的周长之和  
为  $10 \times 2\pi \times \frac{R}{10} = 2\pi R$ , ..... (3分)

第二个大圆内的 2 个小圆的周长之和为  $2 \times 2\pi \times \frac{R}{2} = 2\pi R$ , 所以它们的周长相等. .... (6分)

8. (6分)解: 一样大. .... (6分)

9. (8分)解: 不符合. .... (2分)  
因为  $a = b \neq 0$ , 即  $a-b = 0$ , ..... (4分)  
所以  $(a+b)(a-b) = b(a-b)$  两边同除以  $(a-b)$  时, 不符合等式的性质. .... (8分)

10. (6分)解: (1) 不正确, 列举的数都是大于 1 的正整数, 对于大于 0 且小于或等于 1 的数, 结论不成立, 如  $1^2 = 1$ ,  $0.2^2 < 0.2$ , .... (4分)

(2) 观察所得的结论不一定是成立的, 必须全面考虑问题, 通过严密证明才能下结论. .... (6分)

### 中考 达标练

1. D 解析:  $\because$  第一个图需棋子  $3+3 = 6$  (枚); 第二个图需棋子  $3 \times 2+3 = 9$  (枚); 第三个图需棋子  $3 \times 3+3 = 12$  (枚); ...,  $\therefore$  第  $n$  个图需棋子  $(3n+3)$  枚. 故选 D.

2.  $a \oplus c$  解析: 结合前两个图可以看出  $b$  代表正方形, 结合后两个图可以看出  $d$  代表圆, 因此  $a$  代表线段,  $c$  代表三角形,  $\therefore$  图形  $\triangle$  的连接方式为  $a \oplus c$ .

3. 75 解析:  $\because$  上边的数为连续的奇数 1, 3, 5, 7, 9, 11, 下面左边的数为  $2^1, 2^2, 2^3$ , ...,  $\therefore b = 2^6 = 64$ .  $\therefore$  上边的数与左边的数的和正好等于右边的数,  $\therefore a = 11+64 = 75$ .

