绝密★启用前

2018年普通高等学校招生全国统一考试

数学(文)(北京卷)参考答案

一、选择题(共8小题,每小题5分,共40分)

(1)A	(2)D	(3)B	(4)B
(5)D	(6)C	(7)C	(8)D

二、填空题(共6小题,每小题5分,共30分)

(9)-1	(10)$(1,0)$
(11)1　-1(答案不唯一)	(12)4
(13)3	(14)60°　$(2,+\infty)$

三、解答题(共6小题,共80分)

15.(共13分)

解:(Ⅰ)设$\{a_n\}$的公差为d.

因为$a_2+a_3=5\ln 2$,

所以$2a_1+3d=5\ln 2$.

又$a_1=\ln 2$,所以$d=\ln 2$.

所以$a_n=a_1+(n-1)d=n\ln 2$.

(Ⅱ)因为$e^{a_1}=e^{\ln 2}=2$,$\dfrac{e^{a_n}}{e^{a_{n-1}}}=e^{a_n-a_{n-1}}=e^{\ln 2}=2$,

所以$\{e^{a_n}\}$是首项为2,公比为2的等比数列.

所以$e^{a_1}+e^{a_2}+\cdots+e^{a_n}=2\times\dfrac{1-2^n}{1-2}=2(2^n-1)$.

16.(共13分)

解:(Ⅰ)$f(x)=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}\cos 2x+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x$

$=\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)+\dfrac{1}{2}$.

所以$f(x)$的最小正周期为$T=\dfrac{2\pi}{2}=\pi$.

（Ⅱ）由（Ⅰ）知 $f(x)=\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)+\frac{1}{2}$.

由题意知 $-\frac{\pi}{3}\leqslant x\leqslant m$，

所以 $-\frac{5\pi}{6}\leqslant 2x-\frac{\pi}{6}\leqslant 2m-\frac{\pi}{6}$.

要使得 $f(x)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{3},m\right]$ 上的最大值为 $\frac{3}{2}$，

即 $\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{3},m\right]$ 上的最大值为 1.

所以 $2m-\frac{\pi}{6}\geqslant\frac{\pi}{2}$，

即 $m\geqslant\frac{\pi}{3}$.

所以 m 的最小值为 $\frac{\pi}{3}$.

17.（共 13 分）

解：（Ⅰ）由题意知，样本中电影的总部数是 $140+50+300+200+800+510=2\ 000$，

第四类电影中获得好评的电影部数是 $200\times 0.25=50$.

故所求概率为 $\frac{50}{2\ 000}=0.025$.

（Ⅱ）由题意知，样本中获得好评的电影部数是

$140\times 0.4+50\times 0.2+300\times 0.15+200\times 0.25+800\times 0.2+510\times 0.1$

$=56+10+45+50+160+51$

$=372$.

故所求概率估计为 $1-\frac{372}{2\ 000}=0.814$.

（Ⅲ）增加第五类电影的好评率，减少第二类电影的好评率.

18.（共 14 分）

解：（Ⅰ）因为 $PA=PD$，E 为 AD 的中点，

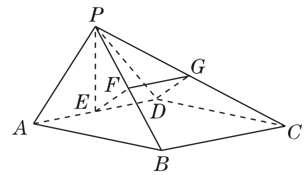
所以 $PE\perp AD$.

因为底面 $ABCD$ 为矩形，

所以 $BC\parallel AD$，

所以 $PE\perp BC$.

（Ⅱ）因为底面 $ABCD$ 为矩形，



所以 $AB \perp AD$.

又因为平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$，

所以 $AB \perp$ 平面 PAD，

所以 $AB \perp PD$.

又因为 $PA \perp PD$，

所以 $PD \perp$ 平面 PAB.

所以平面 $PAB \perp$ 平面 PCD.

（Ⅲ）取 PC 中点 G，连结 FG，DG.

因为 F，G 分别为 PB，PC 的中点，

所以 $FG /\!/ BC$，$FG=\dfrac{1}{2}BC$.

因为 $ABCD$ 为矩形，且 E 为 AD 的中点，

所以 $DE /\!/ BC$，$DE=\dfrac{1}{2}BC$.

所以 $DE /\!/ FG$，$DE=FG$.

所以四边形 $DEFG$ 为平行四边形.

所以 $EF /\!/ DG$.

又因为 $EF \not\subset$ 平面 PCD，$DG \subset$ 平面 PCD，

所以 $EF /\!/$ 平面 PCD.

19.（共 13 分）

解：（Ⅰ）因为 $f(x)=[ax^2-(3a+1)x+3a+2]e^x$，

所以 $f'(x)=[ax^2-(a+1)x+1]e^x$，

$f'(2)=(2a-1)e^2$.

由题设知 $f'(2)=0$，即 $(2a-1)e^2=0$，解得 $a=\dfrac{1}{2}$.

（Ⅱ）由（Ⅰ）得 $f'(x)=[ax^2-(a+1)x+1]e^x=(ax-1)(x-1)e^x$.

若 $a>1$，则当 $x\in\left(\frac{1}{a},1\right)$ 时，$f'(x)<0$；

当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$f'(x)>0$.

所以 $f(x)$ 在 $x=1$ 处取得极小值.

若 $a\leqslant 1$，则当 $x\in(0,1)$ 时，$ax-1\leqslant x-1<0$，

所以 $f'(x)>0$.

所以 1 不是 $f(x)$ 的极小值点.

综上可知，a 的取值范围是 $(1,+\infty)$.

20.（共 14 分）

解：（Ⅰ）由题意得 $\begin{cases} a^2=b^2+c^2, \\ \dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}, \\ 2c=2\sqrt{2}, \end{cases}$

解得 $a=\sqrt{3}$，$b=1$.

所以椭圆 M 的方程为 $\dfrac{x^2}{3}+y^2=1$.

（Ⅱ）设直线 l 的方程为 $y=x+m$，$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$.

由 $\begin{cases} y=x+m, \\ \dfrac{x^2}{3}+y^2=1 \end{cases}$ 得 $4x^2+6mx+3m^2-3=0$，

所以 $x_1+x_2=-\dfrac{3m}{2}$，$x_1x_2=\dfrac{3m^2-3}{4}$.

所以 $|AB|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$=\sqrt{2(x_2-x_1)^2}$

$=\sqrt{2[(x_1+x_2)^2-4x_1x_2]}$

$=\sqrt{\dfrac{12-3m^2}{2}}$.

当 $m=0$，即直线 l 过原点时，$|AB|$ 最大，最大值为 $\sqrt{6}$.

（Ⅲ）设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$.

由题意得 $x_1^2+3y_1^2=3$，$x_2^2+3y_2^2=3$.

直线 PA 的方程为 $y=\dfrac{y_1}{x_1+2}(x+2)$.

由 $\begin{cases} y=\dfrac{y_1}{x_1+2}(x+2), \\ x^2+3y^2=3 \end{cases}$ 得 $[(x_1+2)^2+3y_1^2]x^2+12y_1^2x+12y_1^2-3(x_1+2)^2=0$.

设 $C(x_C,y_C)$，

所以 $x_C+x_1=\dfrac{-12y_1^2}{(x_1+2)^2+3y_1^2}=\dfrac{4x_1^2-12}{4x_1+7}$.

所以 $x_C=\dfrac{4x_1^2-12}{4x_1+7}-x_1=\dfrac{-12-7x_1}{4x_1+7}$.

所以 $y_C=\dfrac{y_1}{x_1+2}(x_C+2)=\dfrac{y_1}{4x_1+7}$.

设 $D(x_D,y_D)$，同理得 $x_D=\dfrac{-12-7x_2}{4x_2+7}$，$y_D=\dfrac{y_2}{4x_2+7}$.

记直线 CQ，DQ 的斜率分别为 k_{CQ}，k_{DQ}，

则 $k_{CQ}-k_{DQ}=\dfrac{\dfrac{y_1}{4x_1+7}-\dfrac{1}{4}}{\dfrac{-12-7x_1}{4x_1+7}+\dfrac{7}{4}}-\dfrac{\dfrac{y_2}{4x_2+7}-\dfrac{1}{4}}{\dfrac{-12-7x_2}{4x_2+7}+\dfrac{7}{4}}$

$=4(y_1-y_2-x_1+x_2)$.

因为 C，D，Q 三点共线，

所以 $k_{CQ}-k_{DQ}=0$.

故 $y_1-y_2=x_1-x_2$.

所以直线 l 的斜率 $k=\dfrac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=1$.