

2018 年普通高等学校招生全国统一考试

理科数学

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名,准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号,回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

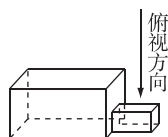
1. 已知集合 $A = \{x | x - 1 \geq 0\}$, $B = \{0, 1, 2\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $\{0\}$ B. $\{1\}$ C. $\{1, 2\}$ D. $\{0, 1, 2\}$

2. $(1+i)(2-i) =$

- A. $-3-i$ B. $-3+i$ C. $3-i$ D. $3+i$

3. 中国古建筑借助榫卯将木构件连接起来,构件的凸出部分叫榫头,凹进部分叫卯眼。图中木构件右边的小长方体是榫头。若如图摆放的木构件与某一带卯眼的木构件咬合成长方体,则咬合时带卯眼的木构件的俯视图可以是



- A. B. C. D.

4. 若 $\sin \alpha = \frac{1}{3}$, 则 $\cos 2\alpha =$

- A. $\frac{8}{9}$ B. $\frac{7}{9}$ C. $-\frac{7}{9}$ D. $-\frac{8}{9}$

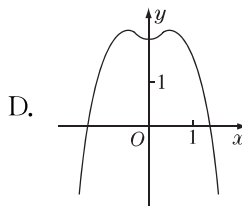
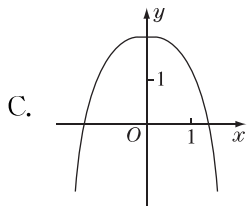
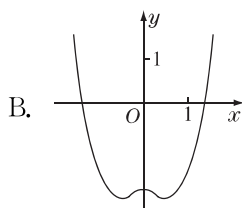
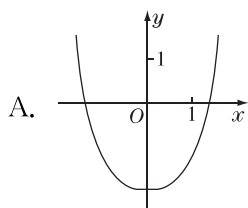
5. $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^5$ 的展开式中 x^4 的系数为

- A. 10 B. 20 C. 40 D. 80

6. 直线 $x + y + 2 = 0$ 分别与 x 轴, y 轴交于 A, B 两点, 点 P 在圆 $(x-2)^2 + y^2 = 2$ 上, 则 $\triangle ABP$ 面积的取值范围是

- A. $[2, 6]$ B. $[4, 8]$ C. $[\sqrt{2}, 3\sqrt{2}]$ D. $[2\sqrt{2}, 3\sqrt{2}]$

7. 函数 $y = -x^4 + x^2 + 2$ 的图像大致为



8. 某群体中的每位成员使用移动支付的概率都为 p , 各成员的支付方式相互独立. 设 X 为该群体的 10 位成员中使用移动支付的人数, $DX = 2.4$, $P(X = 4) < P(X = 6)$, 则 $p =$

- A. 0.7 B. 0.6 C. 0.4 D. 0.3

9. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{a^2 + b^2 - c^2}{4}$, 则 $C =$

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{6}$

10. 设 A, B, C, D 是同一个半径为 4 的球的球面上四点, $\triangle ABC$ 为等边三角形且其面积为 $9\sqrt{3}$, 则三棱锥 $D-ABC$ 体积的最大值为

- A. $12\sqrt{3}$ B. $18\sqrt{3}$ C. $24\sqrt{3}$ D. $54\sqrt{3}$

11. 设 F_1, F_2 是双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左, 右焦点, O 是坐标原点, 过 F_2 作 C 的一条渐近线的垂线, 垂足为 P . 若 $|PF_1| = \sqrt{6}|OP|$, 则 C 的离心率为

- A. $\sqrt{5}$ B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{2}$

12. 设 $a = \log_{0.2} 0.3$, $b = \log_2 0.3$, 则

- A. $a + b < ab < 0$ B. $ab < a + b < 0$
C. $a + b < 0 < ab$ D. $ab < 0 < a + b$

二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。

13. 已知向量 $a=(1,2)$, $b=(2,-2)$, $c=(1,\lambda)$. 若 $c \parallel (2a+b)$, 则 $\lambda=$ _____.

14. 曲线 $y=(ax+1)e^x$ 在点 $(0,1)$ 处的切线的斜率为 -2 , 则 $a=$ _____.

15. 函数 $f(x)=\cos(3x+\frac{\pi}{6})$ 在 $[0,\pi]$ 的零点个数为_____.

16. 已知点 $M(-1,1)$ 和抛物线 $C:y^2=4x$, 过 C 的焦点且斜率为 k 的直线与 C 交于 A, B 两点, 若 $\angle AMB=90^\circ$, 则 $k=$ _____.

三、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答。

(一)必考题:共 60 分。

17. (12 分)

等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=1$, $a_5=4a_3$.

(1)求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2)记 S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 若 $S_m=63$, 求 m .

18. (12 分)

某工厂为提高生产效率,开展技术创新活动,提出了完成某项生产任务的两种新的生产方式. 为比较两种生产方式的效率,选取 40 名工人,将他们随机分成两组,每组 20 人,第一组工人用第一种生产方式,第二组工人用第二种生产方式. 根据工人完成生产任务的工作时间(单位:min)绘制了如下茎叶图:

第一种生产方式										第二种生产方式									
									8	6	5	5	6	8	9				
								9	7	6	2	7	0	1	2	2	3	4	5
								9	8	7	7	6	5	4	3	3	2	8	1
								2	1	1	0	0	8	1	4	4	5	9	0

(1)根据茎叶图判断哪种生产方式的效率更高? 并说明理由;

(2)求 40 名工人完成生产任务所需时间的中位数 m , 并将完成生产任务所需时间超过 m 和不超过 m 的工人数填入下面的列联表:

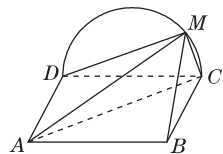
	超过 m	不超过 m
第一种生产方式		
第二种生产方式		

(3)根据(2)中的列联表,能否有 99% 的把握认为两种生产方式的效率有差异?

$$\text{附: } K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, \quad \begin{array}{c|ccc} P(K^2 \geq k) & 0.050 & 0.010 & 0.001 \\ \hline k & 3.841 & 6.635 & 10.828 \end{array}$$

19. (12 分)

如图,边长为 2 的正方形 $ABCD$ 所在的平面与半圆弧 \widehat{CD} 所在平面垂直, M 是 \widehat{CD} 上异于 C, D 的点.



(1) 证明:平面 $AMD \perp$ 平面 BMC ;

(2) 当三棱锥 $M-ABC$ 体积最大时,求面 MAB 与面 MCD 所成二面角的正弦值.

20. (12 分)

已知斜率为 k 的直线 l 与椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 交于 A, B 两点,线段 AB 的中点为 $M(1, m) (m > 0)$.

(1) 证明: $k < -\frac{1}{2}$;

(2) 设 F 为 C 的右焦点, P 为 C 上一点,且 $\overrightarrow{FP} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FB} = \mathbf{0}$,证明: $|\overrightarrow{FA}|, |\overrightarrow{FP}|, |\overrightarrow{FB}|$ 成等差数列,并求该数列的公差.

21. (12 分)

已知函数 $f(x) = (2+x+ax^2)\ln(1+x) - 2x$.

(1) 若 $a=0$,证明:当 $-1 < x < 0$ 时, $f(x) < 0$; 当 $x > 0$ 时, $f(x) > 0$;

(2) 若 $x=0$ 是 $f(x)$ 的极大值点,求 a .

(二)选考题:共 10 分,请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做,则按所做的第一题计分.

22. [选修 4—4:坐标系与参数方程](10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, $\odot O$ 的参数方程为 $\begin{cases} x = \cos \theta, \\ y = \sin \theta \end{cases}$ (θ 为参数),过点 $(0, -\sqrt{2})$ 且倾斜

角为 α 的直线 l 与 $\odot O$ 交于 A, B 两点.

(1) 求 α 的取值范围;

(2) 求 AB 中点 P 的轨迹的参数方程.

23. [选修 4—5:不等式选讲](10 分)

设函数 $f(x) = |2x+1| + |x-1|$.

(1) 画出 $y=f(x)$ 的图像;

(2) 当 $x \in [0, +\infty)$ 时, $f(x) \leq ax+b$,求 $a+b$ 的最小值.

